Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган олимпиаданың мәктәп этабы җаваплары
2025-2026 нчы уку елы
11 нче сыйныф

Эш вакыты – 180 минут
Гомуми балл – 25

1 нче бирем. ***(5 балл)***

x + yz = 454, xy +z = 346 – тигезләмәләр системасының чишелеше бармы?

Чишелеш: x + yz - xy +z = 454 - 346; → x + yz - xy - z = 108 → y(z-x) – (z – x) =108;

x + yz = 454, xy +z = 346; → x + yz + xy +z = 454 + 346 → x + z + y(z+x)= 800.

(z – x)(y-1) = 108, (z+x)(y+1) = 800;

Җавап: 800

2 нче бирем. ***(5 балл)***

Бер-бер артлы рәттән язылган сигез бертөрле цифрлар арасына нинди арифметик гамәлләр өстәсәң, 1000 саны килеп чыга?

Чишелеш: Бер үк цифрдан торган 8 сан рәтен язабыз, мәсәлән 2-леләр булсын - 2 2 2 2 2 2 2 2. Алар арасына арифметик гамәлләр өстибез (2 2 2 2 – 2 2 2) : 2 = 1000 (2-леләр урынына теләсә нинди цифр куйсаң да була).

Җавап: (2 2 2 2 – 2 2 2) : 2 =1000, бер үк булган цифрлардан торган дүрт урынлы саннан өч урынлы санны алып, шул ук цифрдан ясалган санга бүләсе.

3 нче бирем. ***(5 балл)***

Sin(nx) = 2Sin(x)Cos(n - 1)x + Sin(n - 2)x тигез булуын исбатлагыз.

Чишелеш: Sin nx = Sin[(n-1)x +x] = Sin(n-1)x Cos x + Cos(n-1)x Sin x = Sin x Cos(n-1)x + Sin(n-2)x + Sin(x)Cos(n-1)x = 2Sin x Cos(n-1)x + Sin(n-2)x.

Җавап: Sin nx = 2Sin(x)Cos((n-1)x) + Sin((n-2)x)

4 нче бирем. ***(5 балл)***

Янәшә булган ике авылдан бер үк вакытта кара-каршы ике кеше юлга чыгалар, икесе дә даими тизлек белән баралар (тизлекләре төрле булса да). Очрашып сәламләшкәч, юлларын дәвам итәләр. Беренчесе 49 минуттан соң сәфәрен тәмамлый, икенчесе - 25 минуттан. Юлчылар юлга күпмешәр вакыт сарыф иткәннәр?

Чишелеш: Юлчылларның юлда булган вакытын t дип алабыз. Ике авыл арасын өч ысул белән яза алабыз: (t + 49)V1 = l, (t + 25)V2 = l, t(V1 + V2).

Беренче белән өченсеннән: (t + 49)V1 = t(V1 + V2); tV1 + 49V1 = tV1 + tV2; 49V1 = tV2;

t = 49V1/V2.

Икенче белән өченсеннән: (t + 25)V2 = t(V1 + V2); tV2 + 25V2 = tV1 + tV2; 25V2 = tV1;

t = 25V2/V1.

Димәк, 49V1/V2 = 25V2/V1; 49/25 = (V2/V1)2; V2/V1 = 7/5.

Ә юлга киткән вакыт t = 25V2/V1. = 25(7/5) = 35 минут. Берсе 49 + 35 = 84 минут, икенчесе 25 + 35 = 60 минут юлга сарыф иткән.

5 нче бирем. ***(5 балл)***

Биш сан бирелгән (a, b, c, d, e саннары). Аларың теләсә кайсы дүртесенең арифметик уртак саны бишенчесеннән ким тугел. a, b, c, d, e саннарының суммасы 440. Шундый шартны канәгатьләндерә торган бишәр санны табыгыз.

Чишелеш: Биш санның үзара тигез булуын исбатлыйк. Алар үзара тигез түгел дип уйлыйк, кайсыдыр икесе аерылалар, бер-берсенә тигез түгелләр. Иң зурын алсак, ул калган саннарның берсеннән зуррак, ә өчесеннән ким түгел. Бу чакта зуррак сан калган дүрт саннарның уртак санынна зуррак булып чыга – шартка туры килми (теләсә кайсы дүртесенең арифметик уртак саны бишенчесеннән ким булмаска тиеш). Димәк бишесе дә үзара тигезләр. 440/5 = 88.